

---

## RÉSUMÉS

---

\_\_\_\_\_ 1<sup>ère</sup> conférence : Ahmad Mehdi (Montpellier - Institut Charles Gerhardt) \_\_\_\_\_

**"Hybrid Materials! A successful marriage between organic and inorganic for the service of man"**

Organically functionalized silica constitutes a very fascinating class of materials. Indeed, by changing the nature of the organic moiety, it is possible to obtain materials presenting a large diversity of properties. Sol-gel process, which consists in inorganic polymerization of molecular precursors under mild chemical conditions, is a very convenient approach by his compatibility with all types of physical, chemical, biochemical and biological units. Thus, this process opens very wide possibilities of materials design for specific applications such as catalysis, separation environment, medical, optics etc. . . . When biomolecules like peptides and proteins are used in hybrid silica, they are either non-covalently entrapped in the silica matrix, leading to unavoidable leaching, or grafted onto the silica matrix. In fact, grafting approaches present important limitations. First, the control of the reaction can be difficult and has to be performed at high concentration of the biomolecule and the conditions used are generally not compatible with handling of peptides. Second, grafting is strongly dependent on the type and the topography of the material itself, leading to non homogeneous modification. Recently, we developed the synthesis of biosilica materials by direct functionalization approach. This method is easy and general enough to be applied to any type of peptides and any type of silica. Our approach relies on the synthesis and isolation of hybrid peptide building blocks bearing trialkoxysilyl function as a linker group at a suitable position within the peptide sequence.

By sol-gel process, these building blocks can be used in combination with additional silica or organosilica precursors to yield hybrid bioorganic-inorganic materials in one step. ,

\_\_\_\_\_ 2<sup>ème</sup> conférence : Patrick Rairoux ( Lyon - Institut Lumière Matière) \_\_\_\_\_

**" Impact sur la qualité de l'air et le climat des aérosols atmosphériques : des travaux des laboratoires de physique et de chimie aux observations satellite "**

Les aérosols sont composés de particules en suspension dans l'air de sources naturelles et anthropiques. Ils possèdent une grande variété en termes de taille allant de quelques nanomètres à quelques dizaines de micromètres, de forme sphérique et non sphérique et de composition chimique. Leur interaction avec la pollution de l'air est décrite chaque jour dans la presse sous la dénomination de pollution aux particules fines. Leur impact sur le climat est moins évoqué mais il est tout aussi important.

Après une brève introduction sur l'état de l'art de la connaissance sur ces objets complexes et de leurs impacts, le débat portera autour des questions suivantes : pourquoi ne pouvons-nous pas éradiquer leurs conséquences néfastes? quels sont processus physico-chimiques majeurs dans l'atmosphère liés à ces particules? et quelles sont les incertitudes qui préoccupent les chercheurs en France et à l'international?

\_\_\_\_\_ 3<sup>ème</sup> conférence : John Dudley (Besançon - Institut FEMTO) \_\_\_\_\_

**" Mille ans d'optique, 50 ans de solitons "**

L'Organisation internationale des Nations Unies a proclamé l'année dernière « 2015, Année internationale de la lumière », une initiative globale qui a visé à sensibiliser les citoyens du monde entier à l'importance, dans leur vie quotidienne, de la lumière et des technologies qui y sont associées, telle l'optique.

Pourquoi? La recherche sur la lumière des mille dernières années a permis à celle-ci d'occuper une place de premier plan dans notre société; la lumière a révolutionné la médecine, elle a ouvert les communications internationales et elle joue un rôle central dans de nombreux aspects culturels, politiques et économiques de notre monde. Par ailleurs, plusieurs percées technologiques basées sur la lumière sont essentielles au développement durable.

Ces cinquante dernières années ont été marquées par la science non linéaire de la lumière, domaine de recherche qui se place à l'intersection de l'optique, de la mathématique, de l'ingénierie. La deuxième partie de la conférence fournira un aperçu de ce thème de recherche, avec un accent particulier sur la science des solitons optiques, états de lumière localisés avec des applications diverses - par exemple : l'optimisation des systèmes de télécommunication optiques; le développement des nouvelles sources lasers; la réalisation de « modèles-jouet » pour tester les théories sur la génération des vagues océaniques scélérates.

\_\_\_\_\_ 4<sup>ème</sup> conférence : Dorin Bucur (Université de Savoie) \_\_\_\_\_

**" Formes optimales dans la nature : une analyse mathématique "**

Pourquoi les alvéoles fabriquées par les abeilles sont-elles hexagonales et les requins nagent efficacement dans l'eau? Pourquoi une goutte d'huile dans l'eau est-elle ronde? Ou encore, pourquoi les pièces de monnaie anglaises ne sont-elles pas toutes circulaires? On présentera un point de vue d'analyse mathématique pour expliquer ces formes naturelles ou construites par l'homme.

# Générateurs de monogénéité de l'anneau des entiers de l'extension relative $K/k$ de degré 3

**Abdoukarim IBRAHIM**

Université de Franche-comté

ahmed.abdoukarim\_ibrahim@univ-fcomte.fr

Soit  $K/k$  une extension cubique relative telle que  $\mathcal{O}_K$  soit  $\mathcal{O}_k$ -monogène. Si  $x$  est un élément de  $\mathcal{O}_K$ , il existe un unique triplet  $(X, Y, Z)$  d'éléments de  $\mathcal{O}_k$  tel que  $x = Z + X\theta + Y\theta^2$  et

$$\Delta_{K/k}(1, x, x^2) = I_\theta(X, Y)^2 \Delta_{K/k}(1, \theta, \theta^2),$$

où  $\Delta_{K/k}$  est le discriminant relatif de  $K/k$  et  $I_\theta(X, Y)$  désigne la forme indice associée à la base de  $(1, \theta, \theta^2)$ . On remarque que  $I_\theta(X, Y)$  est un polynôme homogène de degré 3 en  $(X, Y)$ . De plus  $I_\theta(1, 0) = 1$ , donc  $I_\theta(X, 1)$  est un polynôme unitaire de  $\mathcal{O}_k[X]$ . On introduit une racine  $\alpha$  de  $I_\theta(X, 1) = 0$ .

Le but est de déterminer l'ensemble des bases de puissances de  $\mathcal{O}_K$ , autrement dit tous les éléments  $\theta \in \mathcal{O}_K$  tel que  $\mathcal{O}_K = \mathcal{O}_k[\theta]$ , grâce à la méthode de la résolution de l'équation de Thue cubique relative :  $I(X, Y) = N_{K/k}(X - Y\alpha)$ .

Plus précisément l'équation de Thue relative  $I(X, 1) = \eta$  ( $\eta$  est une unité) est équivalent à :

$$\exists(\eta, X, Y) \in \mathcal{O}_k^* \times \mathcal{O}_k^2, N_{K/k}(X - Y\alpha) = \eta. \quad (1)$$

Selon les résultats de Baker, l'équation 1 n'a qu'un nombre fini de solutions.

## Références

- [1] I. GAÁL & M. POHST. *On the resolution of relative Thue equations*. Math. Comp. 2002, v. 71 p.429-440.
- [2] I. GAÁL & M. Y. BILU & G. HANROT. *Solving Thue Equations of High Degree*. J. Number Theory, 60 :373-392, 1996.
- [3] V. FLECKINGER, *Génération de bases d'entiers à partir de la courbe  $y^2 = 4x^3 + 1$* , Publications université de Besançon, Fascicule 1 année 1986/87-1987/88.

# Méthodes pour Sélection et Estimation de Modèles ARMA

**Basad Ali Hussain AL-SARRAY**

Université de Franche-comté  
basad.al-sarray@univ-fcomte.fr

Les séries temporelles sont définies comme une séquence ordonnée d'observation à travers le temps, mais aussi à travers l'espace.

La structure des séries temporelles est représentée par la somme des composantes indépendantes (tendance, saisonnalité, et bruit). Généralement, ces composantes sont estimées indépendamment les unes des autres et chacune de ces composantes fait partie d'une catégorie particulière.

Les modèles AutoRegressive Moving Average (ARMA) sont utilisés pour la modélisation des séries chronologiques. Il y a un grand nombre d'applications telles que le traitement du signal, la finance, l'imagerie médicale, les radars, et la communication.

Il y a des liens entre les ARMA et les autres type de modèles ARMA, le modèle Autoregressive AR et le modèle Moving Average MA.

Le second type de modèle linéaire utilisé dans la modélisation des séries temporelles est un système de modèles spatiaux d'états. Ces modèles sont classés comme déterministes, stochastiques et mélanges entre les deux types. Il y a un large domaine d'applications de ces processus, comme le traitement du signal, la finance, la génomique et l'imagerie médicale.

Le cas intéressant en étudiant la modélisation des séries chronologiques est la relation entre les modèles ARMA et modèles spatiaux d'états, ou la conversion des ARMA en modèles de types stochastique.

Cette étude présente quelques unes des méthodes de machine learning et des méthodes convexes pour la sélection des modèles ARMA. L'estimation est basée sur la conversion des modèles ARMA-AR et des modèles ARMA en modèles spatiaux d'état.

## Références

- [1] R. H. SHUMWAY AND D. S. STOER. *Time series analysis and its applications*, 2014.
- [2] P. J. BROCKWELL AND R. A. DAVIS. *Time series : theory and methods*, Springer Science & Business Media, 2013.
- [3] P. VAN OVERSCHEE AND B. L. DE MOOR. *Subspace identification for linear systems : Theory Implementation Applications*, Springer Science & Business Media, 2012.

# Résolution de l'idéal jacobien d'une courbe

Rémi BIGNALET-CAZALET

Institut de Mathématiques de Bourgogne  
remi.bignalet-cazalet[at]u-bourgogne.fr

L'idéal jacobien d'une courbe plane réduite  $X$  est engendré par les dérivées partielles d'un polynôme définissant  $X$ . On dit que  $X$  est libre si le premier module des syzygies de l'idéal jacobien est libre. Très récemment, A.Dimca et G.Sticlaru ont établi la définition de courbe presque libre en donnant une condition similaire sur la résolution de  $J_X$ . Un résultat de C.T.C.Wall et A.A. du Plessis établit les nombres du Tjurina possibles de courbes libres. Dans cet exposé, on montrera ce résultat en utilisant des propriétés des classes de Chern du fibré tangent logarithmique de  $X$  et on établira un résultat similaire pour les courbes presque libres.

## Références

- [1] C.T.C. WALL AND A.A. DU PLESSIS. *Application of the theory of the discriminant to highly singular plane curves*. Math. Proc. Camb. Phil. Soc., 1999.
- [2] DIMCA, A. AND STICLARU, G., *Free divisors and rational cuspidal plane curves*. Preprint available at arXiv :1504.01242v3, 2015.

# Implication d'une structuration en âge sur les dynamiques des équations de Lotka-Volterra

Quentin RICHARD

Université de Franche-Comté  
quentin.richard@univ-fcomte.fr

Les relations entre un prédateur et sa proie sont sujet de nombreuses études en écologie. Depuis que le premier modèle mathématique, décrivant au cours du temps et à l'aide d'EDO de tels réseaux trophiques, a été introduit ([2], [4]), les équations de Lotka-Volterra et les modèles proie-prédateur restent toujours un vaste sujet d'étude en dynamique des populations. Afin de rendre plus réaliste cette modélisation, il peut être important d'incorporer une structuration continue en âge dans les densités de proie, donnant lieu à la formulation d'une EDP de type transport.

Après avoir introduit le modèle et donné le cadre mathématique adéquat, nous nous assurerons qu'il y a existence et unicité de solution, qui est globale en temps, et qui reste positive lorsque la condition initiale est positive. Pour ce faire, nous considérerons le modèle comme un problème de Cauchy semilinéaire abstrait et nous utiliserons quelques résultats de la théorie des semigroupes ([3]).

Nous montrerons ensuite quelques propriétés asymptotiques en temps des solutions, en effectuant une analyse de stabilité des équilibres ([5]). Pour cela, nous donnerons quelques résultats de la théorie spectrale ([1]), nous permettant notamment de ramener l'étude des valeurs spectrales de partie réelle positive, à une simple étude de valeurs propres. Ceci nous permettra de conclure à la stabilité locale (et même globale) de l'équilibre trivial en dessous d'un certain seuil, c'est-à-dire à l'extinction des populations.

Nous finirons par quelques résultats numériques et montrerons la possibilité de solutions périodiques ainsi que l'existence de solutions non bornées.

## Références

- [1] K.J. ENGEL, R. NAGEL. *One-Parameter Semigroups for Linear Evolution Equations*. Graduate Texts in Mathematics, Springer, 2000.
- [2] A.J. LOTKA. *Elements of physical biology*. Williams and Wilkins company, 1925.
- [3] A. PAZY. *Semigroups of Linear Operators and Applications to Partial Differential Equations*. Springer-Verlag, 1983.
- [4] V. VOLTERRA. *Fluctuations in the Abundance of a Species considered Mathematically*. *Nature* **118** (1926), 558-560.
- [5] G.F. WEBB. *Theory of Nonlinear Age-Dependent Population Dynamics*. Marcel Dekker, 1985.

# **Estimation récursive de la "Median Covariation Matrix" dans les espaces de Hilbert**

**Antoine Godichon-Baggioni**

Institut de Mathématiques de Bourgogne  
antoine.godichon@u-bourgogne.fr

Il est de plus en plus fréquent d'étudier de gros échantillons à valeurs dans des espaces de grande dimension (tels que les espaces fonctionnels). De plus, ces gros échantillons sont souvent contaminés. Dans ce contexte, la médiane géométrique et la "Median Covariation Matrix", qui sont des indicateurs de position et de dispersion robustes, peuvent être préférées à la moyenne et la variance. On considérera des estimateurs rapides de la médiane construit à l'aide d'un algorithme de Robbins-Monro et sa version moyennée, avant de donner leurs vitesses de convergence. On présentera alors un algorithme de gradient stochastique et sa version moyennée pour estimer la "Median Covariation Matrix" et on établira leurs vitesses de convergence en moyenne quadratique.

# Introduction à l'étude des espaces Lipschitz-libres

Colin PETITJEAN

Université de Franche-comté  
colin.petitjean@univ-fcomte.fr

Dans cette présentation, nous introduirons en premier lieu les outils nécessaires à l'étude des espaces Lipschitz-libres. Nous en profiterons pour expliquer une des dynamiques générales de la géométrie des espaces de Banach : La classification des espaces de Banach. En particulier nous nous intéresserons très brièvement à la classification Lipschitzienne dont l'une des idées majeures est de déterminer quels espaces sont Lipschitz-isomorphes (i.e tel qu'il existe une bijection Lipschitzienne dont la réciproque est elle aussi Lipschitzienne entre ces espaces). Ce fut dans cet élan que Godefroy et Kalton ont introduit pour la première fois en 2003 la terminologie d'espaces Lipschitz-libres dans l'article fondateur [1]. Cependant ces espaces libres furent étudiés avant, notamment dans [2] où ils sont appelés espaces de Arens-Eells.

La définition de ces espaces est assez simple. Pour  $M$  un espace métrique pointé (i.e qui possède un point distingué noté 0), on commence par définir  $Lip_0(M)$  l'espace des fonctions Lipschitziennes de  $M$  dans  $\mathbb{R}$  s'annulant en 0. Il s'agit d'un espace de Banach muni de la norme naturelle :

$$\|f\|_{Lip} = \sup \left\{ \frac{|f(x) - f(y)|}{d(x, y)} ; x \neq y \in M \right\}.$$

Maintenant, pour  $x \in M$ , on définit l'application  $\delta_x : Lip_0(M) \rightarrow \mathbb{R}$  par  $\delta_x(f) = f(x)$ . Il s'agit d'une application linéaire continue, on a donc  $\delta_x \in Lip_0(M)^*$ . Le sous espace fermé de  $Lip_0(M)^*$  engendré par la famille  $\{\delta_x ; x \in M\}$  est appelé espace Lipschitz-libre sur  $M$ , il est noté  $\mathcal{F}(M)$ . Il est assez simple de voir que  $\mathcal{F}(M)$  est un préduel isométrique de  $Lip_0(M)$ , c'est à dire  $Lip_0(M) = \mathcal{F}(M)^*$ .

De plus l'application de Dirac  $\delta : x \in M \mapsto \delta_x \in Lip_0(M)^*$  est une isométrie (i.e une application qui conserve les distances) dont l'image est constituée de vecteurs linéairement indépendants. Cette propriété essentielle dans la construction des espaces Lipschitz-libres permet de linéariser canoniquement et simplement les applications lipschitziennes entre espaces métriques à travers leur espace libre. Mais cette simplicité apparente a un prix. En effet, tout la complexité des fonctions lipschitziennes se retrouve dans la structure linéaire des espaces libres.

Le but principal de cette présentation est de motiver l'étude des espaces Lipschitz-libres en les reliant à des problèmes ouverts (vieux de plus de 50 ans pour l'un d'entre eux), et de montrer ainsi l'enjeu que constitue l'exploration des ces derniers.

## Références

- [1] G. GODEFROY, N.J KALTON. *Lipshitz-free Banach spaces*. Studia Mathematica 159, 2003.
- [2] N. WEAVER, *Lipshitz algebras*, 1999.

# Moreau-Yosida regularization of sweeping process with nonregular sets

**Emilio VILCHES**

Univ. Bourgogne Franche-Comté - Univ. du Chili  
Emilio.Vilches@u-bourgogne.fr

This talk presents the convergence (up to a subsequence) of the Moreau-Yosida regularization to a solution of the Sweeping process with nonregular sets.

Let  $H$  be a separable Hilbert space. Given a set-valued map  $C: [T_0, T] \rightrightarrows H$  with nonempty closed values, the sweeping process is the differential inclusion :

$$\begin{cases} -\dot{x}(t) \in N(C(t); x(t)) & \text{a.e. } t \in [T_0, T]; \\ x(T_0) = x_0 \in C(T_0), \end{cases} \quad (2)$$

where for any subset  $S \subset H$  the set  $N(S; u)$  is the Clarke normal cone to  $S$  at  $u \in S$ .

The Moreau-Yosida regularization consists in approaching a given differential inclusion by a penalized one, depending in a parameter  $\lambda > 0$  and then to study the limit  $\lambda \downarrow 0$ .

To deal with (2), let  $\lambda > 0$  and  $x_\lambda$  be any solution of the following penalized differential inclusion :

$$\begin{cases} -\dot{x}_\lambda(t) \in \frac{1}{2\lambda} \partial d_{C(t)}^2(x_\lambda(t)) & \text{a.e. } t \in [T_0, T]; \\ x_\lambda(T_0) = x_0 \in C(T_0), \end{cases} \quad (\mathcal{P}_\lambda)$$

where  $\partial d_{C(t)}^2(\cdot)$  is the Clarke subdifferential of the function  $d_{C(t)}^2(\cdot)$ .

When the sets  $C(t)$  are convex or  $r$ -uniformly prox-regular, Thibault [2] showed the convergence of  $(x_\lambda)_\lambda$  to a solution of (2). In this talk we show that this holds true for a bigger class of nonregular sets.

## Références

- [1] A. JOURANI, E. VILCHES. *Moreau-Yosida regularization of state-dependent sweeping process with non-regular sets*. Preprint, 2016.
- [2] L. THIBAUT. *Regularization of nonconvex sweeping process in Hilbert space*. Set-Valued Anal., 16(2) :319-333, 2008.

# Estimation du modèle GARCH multivarié asymétrique en puissance

**Othman KADMIRI**

Université de Franche-Comté  
othman.kadmiri@univ-fcomte.fr

La modélisation des séries financières est au coeur du fonctionnement mondial. Cependant cette modélisation présente des difficultés dues à la complexité de celles-ci. Comme on peut le penser, cette complexité n'est pas causée par le grand nombre d'observation, ou la fréquence d'observation (secondes, minutes, jours, ...) ou liée au type de la série (actions, taux de changes, ...). En effet les séries financières ont des caractéristiques qui leurs sont propres et qui sont difficilement reproductibles artificiellement. Ces propriétés sont au nombre de sept et s'appellent faits stylisés. Afin de reproduire un maximum de ces caractéristiques, R. Engle à introduit en 1982 le modèle AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity (ARCH) et T. Bollerslev à proposé une extension en 1986, Generalized ARCH (GARCH).

Parmi les faits stylisés nous nous intéressons plus particulièrement à l'une des caractéristiques appelée effet de levier, qui modélise l'impact plus important sur la volatilité lorsque le rendement de la série est négatif. Cette propriété a conduit, dans la littérature, à l'introduction des modèles asymétriques, tels que les modèles Asymetric GARCH (AGARCH) et AGARCH en Puissance (APGARCH) proposés par S. Hwang et T. Kim en 2004. Le problème de l'estimation de ces modèles APGARCH a été étudié par T. Hamadeh et J-M. Zakoïan en 2011. Ces derniers ont également montrés la consistance et la normalité asymptotique des estimateurs proposés.

Pour des applications économétriques, par exemple, le cadre univarié est très restrictif. Les séries économiques, météorologiques,.... présentent des interdépendances fortes rendant nécessaire l'étude simultanée de plusieurs séries. C'est pour cette raison que l'extension de ces modèles dans le cas multivarié semble très intéressant. Cependant cette extension n'est pas directe et pose des difficultés ardues telles que l'identification des ordres du modèle, l'identifiabilité du modèle, l'estimation des paramètres du modèle....

Nous proposons ainsi le modèle APGARCH multivarié à corrélations conditionnelles constantes (CCC-APGARCH), qui peut être vu comme une extension du modèle CCC-GARCH introduit par Jeantheau en 1998. Nous étudions, dans un premier temps, l'estimation du modèle CCC-APGARCH par la méthode du Quasi-Maximum de Vraisemblance (QMV). Ensuite, nous accordons une attention particulière à l'étude des propriétés asymptotiques de l'estimateur du QMV.

Des résultats de simulations viendront illustrer les résultats théoriques.

## Références

- [1] T. BOLLERSLEV. *Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity*. Journal of Econometrics, 1986.
- [2] R. ENGLE. *Autoregressive Conditional Heteroscedaticity with Estimate of the Variance of United Kingdom Inflation*. Econometrica, 1982.
- [3] T. HAMADEH ET J-M. ZAKOÏAN. *Asymptotic properties of LS and QML estimators for a class of nonlinear GARCH processes*. Journal of Statistical Planning and Inference, 2011.
- [4] S. HWANG ET T. KIM. *Power transformation and threshold modeling for ARCH innovations with applications to test dor ARCH structure*. Stochastic Processes and Their Applications, 2004.
- [5] T. JEANTHEAU. *Strong consistency of estimators for multivariate ARCH models*. Econometric Theory, 1998.